حمیدرضا امیری

آموزش ترجمهٔ متون ریاضی

قضیهٔ باقی مانـده: اگر P(x) یک تابع چندجمله‌ای، r هر عدد (حقیقی) دلخواه، و P(x) بر (x–r) تقسیم شده باشد، باقی‌مانده تقسیم P(r) است.

اثبات: برای تقسـیم P(x) بر x–r باید خارج‌قسـمتی چـون Q(x) و باقی‌مانـده‌ای چـون R(x) بیابیـم به‌طوری که:

باقی‌مانده + خارج‌قسمت × مقسوم‌علیه = مقسوم

$$P(x) = (x-r) \times Q(x) + R(x)$$

از آن‌جایی که درجـهٔ باقی‌مانده (R(x)) باید کمتر از درجـهٔ مقسـوم‌علیه (x–r) باشـد و درجـهٔ (x–۱)، ۱ اسـت. لـذا R(x) باید عدد ثابت R باشـد. در معادلهٔ P(x)= (x–r)Q(x)+R، چندجملـه‌ای سـمت چـپ با چندجمله‌ای سـمت راسـت یکسـان(هم‌ارز) است، و مقادیری کـه آن‌ها برای هر عـدد x می‌پذیرند، با هم برابرند. اگر ما به‌جای x قرار دهیم r، خواهیم داشت:

$$P(r)=(r-r)Q(r)+R=(۰)Q(r)+R=R$$

بنابراین: P(r)=R.

مثال ۳. کاربرد قضیهٔ باقی‌مانده

در صورتی که بدانیم $P(x) = ۲x^{۴} - ۱۰x^{۳} + ۱۷x^{۲} - ۱۴x - ۳$ بر (x–۳) تقسیم شده است، با استفاده از قضیهٔ باقی‌مانده، باقی‌مانده تقسیم را پیدا کنید.

حل: با اسـتفاده از قضیه باقی‌مانده، باقی‌مانده تقسـیم P(۳) خواهد بود.

$$P(x) = ۲x^{۴} - ۱۰x^{۳} + ۱۷x^{۲} - ۱۴x - ۳$$

$$P(۳) = ۲\times(۳)^{۴} - ۱۰\times(۳)^{۳} + ۱۷\times(۳)^{۲} - ۱۴\times(۳) - ۳ = ۰$$

باقی‌مانـده ۰ خواهـد بـود. اگرچه این محاسـبه کسل‌کننده است، برای یک ماشین‌حساب، ساده است.

برای ترجمه دانش‌آموزان

3. Use The Factor Theorem

If *R=P(r)=0* in the equation *P(x)=(x-r) Q(x)+R*, then *P(x)* factors as *(x-r)Q(x)*. This fact can help us factor polynomials.

The Factor Theorem

If P*(x)* is a polynomial funcation and *r* is any number, then

If *P(r)=0*, then *x-r* is a factor of *P(x)*.

If *x-r* is a factor of *P(x)*, then *P(r)=0*.

PROOF

Part1: First, we assume that *P(r)=0* and prove that *x-r* is a factor of *P(x)*. if *P(r)=0*, then *R=0*, and the equation *P(x)=(x-r) Q(x)+R* becomes

P(x)=(x-r)Q(x)+0

P(x)=(x-r)Q(x)

Therefore, *x-r* divides *P(x)* exactly, and *x-r* is a factor of *P(x)*.

Part2: Conversely, we assume that *x-r* is a factor of *P(x)* and prove that *P(r)=0*. Because, by assumption, *x-r* is a factor of *P(x)*, *x-r* divides *P(x)* exactly, and the division has a remainder of 0. By the Remainder Theorem, this remainder is *P(r)*. Hence, *P(r)=0*.

*** دانش‌آموزان عزیز**

شما می‌توانید ترجمه‌هایتان را برای ما ارسال کنید تا به نام خودتان در این قسمت (یا در بخش با مخاطبان) به چاپ برسد.

لغت‌ها و اصطلاحات مهم

1. Remainder Theorem .... قضیهٔ باقی‌مانده	2. Divided .... تقسیم شده
3. Polynomial function .... تابع چندجمله‌ای	4. Quotient .... خارج‌قسمت
5. Divident .... مقسوم	6. Divisor .... مقسوم‌علیه
7. Less than .... کمتر از، کوچک‌تر از	8. Replace .... جای‌گذاری، قرار دادن
9. Values .... مقادیر	10. Assume .... پذیرفتن ، فرض کردن
11. Equal .... مساوی، برابر	12. Equation .... معادله

The Remainder Theorem

If $P(x)$ is a polynomial function. r is any number, and $P(x)$ is divided by $x-r$, the remainder is $P(r)$.

PROOF

To divide $P(x)$ by $x-r$, we must find a quotient $Q(x)$ and a remainder $R(x)$ such that

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Divident} & = & \text{divisor} & . & \text{quotient} & + & \text{remainder} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ P(x) & = & (x-r) & . & Q(x) & + & R(x) \end{array}$$

Since the degree of the remainder $R(x)$ must be less than the degree of the divisor $x-r$, and the degree of $x-r$, is 1, $R(x)$ must be a constant R.

In the equation

$P(x)=(x-r)Q(x)+R$

the polynomial on the left side is the same as the polynomial on the right side, and the values that they assume for any number x are equal. If we replace x with r, we have

$$\begin{aligned} P(r) &= (r-r)Q(r)+R \\ &= (0)Q(r)+R \\ &= R \end{aligned}$$

Thus, $P(r)=R$.

EXAMPLE 3

Using the Remainder Theorem

Use the Remainder Theorem to find the remainder that will occur when

$P(x) = 2x^4 - 10x^3 + 17x^2 - 14x - 3$

is divided by $x-3$.

SOLUTION

By the Remainder Theorem, the remainder will be $P(3)$.

$$P(x) = 2x^4 - 10x^3 + 17x^2 - 14x - 3$$

$$\begin{aligned} P(3) &= 2(3)^4 - 10(3)^3 + 17(3)^2 - 14 \times (3) - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Substitute 3 for x.

The remainder will be 0. Although this calculation is tedious, it is easy to do with a calculator.

پرسش‌های بیکارجو!

۴

؟

میانهٔ AM از مثلث ABC از نقطهٔ O مرکز دایرهٔ محیطی مثلث به زاویهٔ قائمه دیده می‌شود. دربارهٔ مثلث ABC چه حکمی می‌توان داد؟

الف) $AC=BC$

ب) $\hat{A} = ۹۰^\circ$

ج) $\hat{C} = ۱۲۰^\circ$

د) $|C-B| = ۹۰^\circ$

هـ) $BC = ۲|AB-AC|$